Ігор М. Ляшенко, Олена П. Коржевська

ПОБУДОВА МАГІСТРАЛЬНОЇ ТРАЄКТОРІЇ ДВОЇСТОЇ ДИНАМІЧНОЇ МОДИФІКОВАНОЇ МОДЕЛІ ЛЕОНТЬЄВА-ФОРДА

У статті на основі дослідження динамічної модифікованої еколого-економічної моделі Леонтьєва-Форда, в якій враховуються випуск забруднювачів під час основного та допоміжного виробництв, а також забруднення від споживання продукції та матеріальні витрати на обслуговування викидів забруднювачів відповідно до вимог Кіотського протоколу, було здійснено перехід до двоїстої моделі. Її аналіз надав можливість побудувати магістральну траєкторію рівноважних цін випуску продукції та знищення забруднень, які при цьому утворюються.

Ключові слова: *динамічна модифікована модель Леонтьєва-Форда; двоїста модель; магістральна траєкторія; забруднювачі; Кіотський протокол.*

Форм. 25. Літ. 10.

Игорь Н. Ляшенко, Елена П. Коржевская

ПОСТРОЕНИЕ МАГИСТРАЛЬНОЙ ТРАЕКТОРИИ ДВОЙСТВЕННОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДИФИЦИРОВАННОЙ МОДЕЛИ ЛЕОНТЬЕВА-ФОРДА

В статье на основе исследования динамической модифицированной эколого-экономической модели Леонтьева-Форда, в которой учитывается выпуск загрязнителей в процессе основного и вспомогательного производств, а также загрязнение от потребления продукции и материальные расходы на обслуживание выбросов загрязнителей в соответствии с требованиями Киотского протокола, был произведен переход к двойственной модели. Ее анализ дал возможность построить магистральную траекторию равновесных цен выпуска продукции и уничтожения загрязнений, которые при этом создаются.

Ключевые слова: *динамическая модифицированная модель Леонтьева-Форда; двойственная модель; магистральная траектория; загрязнители; Киотский протокол.*

Igor M. Lyashenko[1], Olena P. Korzhevska[2]

TURNPIKE CONSTRUCTION FOR DUAL DYNAMIC MODIFIED LEONTIEF-FORD MODEL

Based on the research of dynamic modified ecological and economic Leontief-Ford model which takes into account man-made pollutants during main and auxiliary production, pollution from its consumption, and material costs for maintenance contaminants emission in accordance with the Kyoto Protocol the pass to the dual problem is accomplished. Due to the dual problem analysis the turnpike of main and auxiliary production prices equilibrium is constructed.

Keywords: *dynamic modified Leontief-Ford model; dual model; turnpike; emissions; the Kyoto Protocol.*

Постановка проблеми. Питання забруднення навколишнього середовища все більше турбують людство. Екологічні проблеми тісно пов'язані з економікою, адже на їх вирішення потрібні ресурси, які, зі збільшенням обсягу і масштабності проблем, зростають. Навколишнє середовище забруднюють викиди як від промислового виробництва продукції, так і від споживання цієї про-

[1] Taras Shevchenko Kyiv National University, Ukraine.
[2] Taras Shevchenko Kyiv National University, Ukraine.

дукції. Крім цього, при будівництві та функціонуванні очисних споруд у навколишнє середовище також здійснюються небажані викиди.

Як відомо, більшість ресурсів, які використовує людство, є обмеженими. Незважаючи на цей загальновідомий факт, їх споживання не зменшується. Через виникнення таких побічних явищ, як забруднення навколишнього середовища, виникає потреба в додатковому залученню ресурсів на очищення.

Описані вище питання є питаннями екологічної економіки. Дослідження, аналіз та розв'язання проблем у екологічній економіці відбувається після переходу до рівня математичного моделювання еколого-економічної взаємодії як ефективного інструменту наукового пізнання.

Аналіз останніх публікацій. Для вирішення питань екологічної економіки на макрорівні слід дотримуватись певного балансу у взаємозв'язках виробництва, розподілу, споживання та накопичення валового продукту у розрізі видів економічної діяльності та в єдності аспектів екологічного складника. Даним вимогам в еколого-економічному моделюванні відповідають балансові моделі. Першою такою моделлю, в якій відображається і економічний, і екологічний складник, стала статична міжгалузева модель Леонтьєва-Форда, розроблена у 1970-х роках [3]. Ця модель узагальнює схему класичного міжгалузевого балансу і включає дві групи галузей: основне виробництво (галузі матеріального виробництва) та допоміжне виробництво (галузі, що знищують шкідливі відходи). Статична модель Леонтьєва-Форда використовується для аналізу стану економіки з врахуванням впливу екологічних чинників. Завдяки цій моделі можна отримати галузеву структуру витрат на охорону довкілля, впливу їх на обсяги кінцевого та валового випуску залежно від встановленого рівня забруднення навколишнього середовища та інших показників.

Але статична модель Леонтьєва-Форда не відображає неперервного розвитку еколого-економічної системи. А оскільки виникає необхідність адекватно відображати цей процес, зокрема відображати матеріальні витрати на введення в дію основних виробничих фондів, статична модель Леонтьєва-Форда набула подальшої модифікації у вигляді її динамічного аналогу [6, *68*]:

$$\begin{aligned} x^1 &= A_{11}x^1 + A_{12}x^2 + B_1\dot{x}^1 + B_2\dot{x}^2 + y^1, \\ x^2 &= A_{21}x^1 + A_{22}x^2 - y^2, \end{aligned} \qquad (1)$$

де $x^1 = \left(x_1^1, x_2^1, \ldots, x_n^1\right)^T$ – вектор-стовпець валового випуску продукції основного виробництва; $\dot{x}^1 = (\dot{x}_1^1, \dot{x}_2^1, \ldots, \dot{x}_n^1)^T$ – вектор-стовпець абсолютних приростів виробництва продукції; $x^2 = \left(x_1^2, x_2^2, \ldots, x_m^2\right)^T$ – вектор-стовпець обсягів знищених забруднювачів; $\dot{x}^2 = (\dot{x}_1^2, \dot{x}_2^2, \ldots, \dot{x}_m^2)^T$ – вектор-стовпець абсолютних приростів утилізації забруднювачів; $y^1 = \left(y_1^1, y_2^1, \ldots, y_n^1\right)^T$ – вектор-стовпець кінцевої продукції; $y^2 = \left(y_1^2, y_2^2, \ldots, y_m^2\right)^T$ – вектор-стовпець обсягів незнищених забруднювачів (викидів забруднювачів в навколишнє середовище); $A_{11} = (a_{ij}^{11})_{i,j=1}^{n}$ – квадратна матриця коефіцієнтів прямих витрат продукції i на випуск продукції j; $A_{12} = (a_{ih}^{12})_{i,h=1}^{n,m}$ – прямокутна матриця коефіцієнтів прямих витрат продукції i на знищення одиниці забруднювачів h; $A_{21} = (a_{kj}^{21})_{k,j=1}^{m,n}$ – прямокутна матриця коефіцієнтів прямого випуску забруднювачів k під час вироблення одиниці продукції j; $A_{22} = (a_{kh}^{22})_{k,h=1}^{m}$ – квадратна матриця коефіцієнтів прямого випуску забруднювачів k під час знищення одиниці забруднювача h;

$B_1 = (b_{ij}^1)_{i,j=1}^{n}$ — квадратна матриця коефіцієнтів капіталомісткості приростів основного виробництва (випуску продукції); $B_2 = (b_{ih}^2)_{i,h=1}^{n,m}$ — прямокутна матриця коефіцієнтів капіталомісткості приростів допоміжного виробництва (знищення забруднювачів) (T — операція транспонування вектора).

У моделі (1) всі елементи матриць A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}, B_1, B_2 будемо вважати невід'ємними сталими величинами, а вектори x_1, x_2, y_1, y_2 — векторами-функціями змінної часу t.

Динамічна модель Леонтьєва-Форда є формальним описом множини варіантів розвитку еколого-економічної системи або еколого-економічних траєкторій. Те, що існує множина технологічно допустимих траєкторій, дає змогу досліджувати питання вибору з цієї множини оптимальних траєкторій та прогнозувати результати керуючих впливів.

Невирішені раніше частин загальної проблеми. Модель (1) враховує роботу і взаємодію двох галузей — матеріального виробництва та забруднення, яке при цьому виникає. Але розглядати питання забруднення в такому вигляді робить проблему досить ізольованою, адже забруднення виникає не лише в процесі виробництва. При споживанні продуктів багатьох галузей відбувається забруднення навколишнього середовища. Прикладами цього є споживання продуктів у пластмасових упаковках, забруднення вихлопними газами при експлуатації автомобілів, використання побутової та офісної техніки, що неодмінно призводить до забруднення довкілля. Ці забруднення обов'язково мають бути враховані при міжгалузевому моделюванні.

Крім того, в умовах стабільного розвитку модель потребує подальшої модифікації і врахування нових чинників. Оскільки проблеми забруднення навколишнього середовища є глобальними для їх вирішення укладаються міжнародні договори. Їх метою є контроль за обсягами шкідливих викидів у атмосферу та їх обмеження. Вимоги даних договорів необхідно враховувати також у моделях еколого-економічної взаємодії. У 1992 р. на міжнародній конференції в Ріо-де-Жанейро було прийнято Кіотський протокол як додатковий документ до Рамкової конвенції ООН зі змін клімату [1]. Цей протокол почав діяти з 16 лютого 2005 року. Кіотський протокол — це міжнародна угода про обмеження викидів в атмосферу парникових газів. Він зобов'язує розвинуті країни та країни з перехідною економікою скоротити або стабілізувати викиди парникових газів. Тому при еколого-економічному моделюванні важливо враховувати ці міжнародні вимоги.

Мета дослідження. Необхідність врахування вищезгаданих чинників при моделюванні процесу неперервного розвитку еколого-економічної системи є беззаперечним. Був запропонований та досліджений динамічний аналог статичної моделі Леонтьєва-Форда, а також в аналітичному вигляді визначені траєкторії розвитку цієї моделі, зокрема їх підкласу — магістралей [2]. Основною метою даної статті було вирішення проблеми вартісної оцінки еколого-економічних показників. Це вказує на необхідність побудови двоїстої моделі до даної та визначення характерних їй магістральних траєкторій розвитку.

Матеріали і методи. Результати дослідження отримано на основі методів економіко-математичного моделювання, теорії невід'ємних матриць, лінійного програмування, теорії двоїстості, системного аналізу.

Основні результати дослідження. Пропонується розглянути таку динамічну еколого-економічну модель:

$$\begin{aligned} x^1 &= A_{11}x^1 + A_{12}x^2 + B_1\dot{x}^1 + B_2\dot{x}^2 + y^1 + Cy^2, \\ x^2 &= A_{21}x^1 + A_{22}x^2 + G_1\dot{x}^1 + G_2\dot{x}^2 + Dy^1 - y^2, \end{aligned} \tag{2}$$

де $G_1 = (g_{ij}^1)_{i,j=1}^n \geq 0$ – квадратна матриця коефіцієнтів випуску забруднювачів при створенні основного виробництва; $G_2 = (g_{ih}^1)_{i,h=1}^{n,m} \geq 0$ – прямокутна матриця коефіцієнтів випуску забруднювачів при будівництві очисних споруд; $C = (c_{ih})_{i,h=1}^{n,m} \geq 0$ – прямокутна матриця витрат по Кіотському протоколу – витрати на обслуговування викидів; $D = (d_{kj})_{k,j=1}^{m,n} \geq 0$ – прямокутна матриця коефіцієнтів створення забруднювачів k під час споживання одиниці кінцевої продукції j.

Введемо такі позначення:

$$\begin{aligned} y^1 + Cy^2 &:= Y^1, \\ Dy^1 - y^2 &:= -Y^2. \end{aligned} \tag{3}$$

Позначення введені саме таким чином, оскільки обсяг викидів у навколишнє середовище при виробництві y^2 набагато більший, ніж обсяг забруднення при споживанні продукції Dy^1.

Нехай $p^1 = (p_1^1, p_2^1, \ldots, p_n^1)$ – вектор-рядок цін на продукцію, а $p^2 = (p_1^2, p_2^2, \ldots, p_m^2)$ – вектор-рядок вартостей знищення забруднювачів. Помножимо зліва перше рівняння системи (2) на $p^1 \geq 0$, а друге рівняння – на $p^2 \geq 0$.

Врахувавши позначення (3), одержимо:

$$\begin{aligned} p^1x^1 &= p^1A_{11}x^1 + p^1A_{12}x^2 + p^1B_1\dot{x}^1 + p^1B_2\dot{x}^2 + p^1Y^1, \\ p^2x^2 &= p^2A_{21}x^1 + p^2A_{22}x^2 + p^2G_1\dot{x}^1 + p^2G_2\dot{x}^2 - p^2Y^2. \end{aligned} \tag{4}$$

Додамо рівняння системи (4) між собою:

$$\begin{aligned} p^1x^1 + p^2x^2 &= p^1A_{11}x^1 + p^2A_{21}x^1 + p^1A_{12}x^2 + p^2A_{22}x^2 + \\ &+ p^1B_1\dot{x}^1 + p^2G_1\dot{x}^1 + p^1B_2\dot{x}^2 + p^2G_2\dot{x}^2 + p^1Y^1 - p^2Y^2. \end{aligned} \tag{5}$$

У побудові двоїстих балансових моделей важливим є те, щоб вони будувались не лише на формальній математичній основі, а й на основі ясних та загальноприйнятих економічних гіпотез.

Гіпотеза 1. Сумарна вартість кінцевого еколого-економічного продукту з урахуванням витрат на обслуговування викидів згідно Кіотського протоколу дорівнює сумарній доданій вартості основного виробництва. Формально це записується так:

$$p^1Y^1 = R^1x^1, \tag{6}$$

де $R^1 = (R_1^1, R_2^1, \ldots, R_n^1)$ – вектор-рядок оцінок основного виробництва $x^1 \geq 0$.

Гіпотеза 2. Сумарна вартість викидів забруднювачів під час виробництва і споживання продукції дорівнює зекономленій сумарній доданій вартості допоміжного виробництва очисних споруд. Ця економічна гіпотеза приводить до необхідності заміни в (5) члена $-p^2Y^2$ на член $-R^2x^2$, тобто:

$$-p^2Y^2 = -R^2x^2, \tag{7}$$

де $R^2 = (R_1^2, R_2^2, \ldots, R_m^2)$ – вектор-рядок оцінок будівництва очисних споруд $x^2 \geq 0$.

Гіпотеза 3. Вартість розширення капіталу основного виробництва дорівнює інфляційному збільшенню ціни капіталу основного виробництва (тобто вартості капіталу основного виробництва, яка виражена через інфляційні ціни):

$$p^1B^1\dot{x}^1=\dot{p}^1B^1x^1. \tag{8}$$

Гіпотеза 4. Вартість розширення капіталу допоміжного виробництва дорівнює інфляційному збільшенню ціни капіталу допоміжного виробництва (тобто вартості капіталу допоміжного виробництва, вираженої через інфляційні ціни):

$$p^1B^2\dot{x}^2=\dot{p}^1B^2x^2. \tag{9}$$

Гіпотеза 5. Розширення обсягів знищення забруднювачів, які випускаються при створенні продукції основного виробництва, компенсується за рахунок підвищення вартості знищення цих забруднювачів:

$$p^2G^1\dot{x}^1=\dot{p}^2G^1x^1. \tag{10}$$

Гіпотеза 6. Розширення обсягів знищення забруднювачів, які випускаються очисними спорудами, компенсується за рахунок підвищення вартості знищення цих забруднювачів:

$$p^2G^2\dot{x}^2=\dot{p}^2G^2x^2. \tag{11}$$

Врахувавши вищенаведені гіпотези, рівність (5) можна записати таким чином:

$$\begin{gathered}(p^1-p^1A_{11}-p^2A_{21}-\dot{p}^1B_1-\dot{p}^2G_1-R^1)x^1+\\+(p^2-p^1A_{12}-p^2A_{22}-\dot{p}^1B_2-\dot{p}^2G_2+R^2)x^2=0.\end{gathered} \tag{12}$$

Оскільки рівність (12) має бути справедлива за будь-яких $x^1\geq 0$ та $x^2\geq 0$, отримуємо таку систему:

$$\begin{gathered}p^1=p^1A_{11}+p^2A_{21}+\dot{p}^1B_1+\dot{p}^2G_1+R^1, p^1\geq 0,\\p^2=p^1A_{12}+p^2A_{22}+\dot{p}^1B_2+\dot{p}^2G_2-R^2, p^2\geq 0.\end{gathered} \tag{13}$$

Це і є двоїстою моделлю до динамічної модифікованої моделі Леонтьєва-Форда (2) за умови, що виконуються введені гіпотези: статичні (6)—(7) та динамічні (8)—(11).

Система (13) є системою неоднорідних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. Для розв'язку системи спочатку необхідно знайти загальний розв'язок відповідної однорідної системи.

$$\begin{gathered}p^1=p^1A_{11}+p^2A_{21}+\dot{p}^1B_1+\dot{p}^2G_1, p^1\geq 0,\\p^2=p^1A_{12}+p^2A_{22}+\dot{p}^1B_2+\dot{p}^2G_2, p^2\geq 0.\end{gathered} \tag{14}$$

Розв'язки системи (14) шукатимемо у вигляді:

$$\begin{gathered}p^1(t)=e^{vt}p^1(0), p^1(0)\geq 0,\\p^2(t)=e^{vt}p^2(0), p^2(0)\geq 0,\end{gathered} \tag{15}$$

де v — числовий параметр.

Підставимо розв'язок (15) у систему (14) і запишемо результат у матричному вигляді:

$$(p^1(t),p^2(t))\left(\begin{pmatrix} E_1-A_{11} & -A_{12} \\ -A_{21} & E_2-A_{22} \end{pmatrix} - v\begin{pmatrix} B_1 & B_2 \\ G_1 & G_2 \end{pmatrix}\right)=0. \qquad (16)$$

Введемо такі позначення:

$$\begin{pmatrix} E_1-A_{11} & -A_{12} \\ -A_{21} & E_2-A_{22} \end{pmatrix}=\tilde{A}, \begin{pmatrix} B_1 & B_2 \\ G_1 & G_2 \end{pmatrix}=\tilde{B}, \qquad (17)$$
$$(p^1(t),p^2(t))=\tilde{p}(t).$$

Тоді система (16) набуде наступного вигляду:

$$\tilde{p}(t)(\tilde{A}-v\tilde{B})=0. \qquad (18)$$

Помножимо рівність (18) на матрицю $\tilde{A}^{-1}$ зліва, і винесемо v за дужки. Матриця $\tilde{A}^{-1}\geq 0$ невід'ємна, що показано у праці [2, *25*]. Дана матриця є узагальненням матриці $(E-A)^{-1}$ коефіцієнтів повних витрат для класичної моделі міжгалузевого балансу.

Якщо рівність (18) записати у вигляді $\tilde{p}(0)(\tilde{B}\tilde{A}^{-1}-\lambda E_1)=0, \tilde{p}(0)\geq 0,$ то її виконання можливе лише за умови, що $\frac{1}{v}=\lambda$ – корінь Фробеніуса, а $\tilde{p}(0)$ – лівий вектор Фробеніуса матриці $\tilde{B}\tilde{A}^{-1}$.

$$\lambda=\lambda_{\tilde{B}\tilde{A}^{-1}}>0, \tilde{p}(0)=\tilde{p}_{\tilde{B}\tilde{A}^{-1}}\geq 0, v=\lambda^{-1}_{\tilde{B}\tilde{A}^{-1}}. \qquad (19)$$

Аналіз отриманих результатів доводить, що темпом зростання цін на продукцію є величина

$$v=\lambda^{-1}_{\tilde{B}\tilde{A}^{-1}}>0. \qquad (20)$$

Легко перевірити, що власні числа добутку матриць не змінюються від перестановки матриць місцями, тобто $v=\lambda_{\tilde{B}\tilde{A}^{-1}}=\lambda_{\tilde{A}^{-1}\tilde{B}}=\mu,$ де μ – темп зростання виробництва. Це означає, що темп зростання цін на продукцію і темп зростання виробництва – однаковий.

Розв'язок однорідної системи (14) матиме вигляд:

$$\tilde{p}=Ce^{vt}p_{\tilde{B}\tilde{A}^{-1}}=Ce^{\mu t}p_{\tilde{B}\tilde{A}^{-1}}, \qquad (21)$$

де C – довільне додатне число.

Тепер знайдемо частинний розв'язок системи (13), який шукатимемо у наступному вигляді:

$$R^1(t)=e^{k_1 t}R^1(0), R^1(0)\geq 0,$$
$$R^2(t)=-e^{k_2 t}R^2(0), R^2(0)\geq 0. \qquad (22)$$

При цьому

$$p^1(t)=e^{k_1 t}p_1^1(0)+e^{k_2 t}p_2^1(0),$$
$$p^2(t)=e^{k_1 t}p_1^2(0)+e^{k_2 t}p_2^2(0), \qquad (23)$$
$$\tilde{p}(t)=e^{k_1 t}\tilde{p}_1(0)+e^{k_2 t}\tilde{p}_2(0),$$

де $\tilde{p}_1(t)=(p_1^1(t),p_1^2(t)),\ \tilde{p}_2(t)=(p_2^1(t),p_2^2(t))$.

Підставимо (22) і (23) у систему (13), і зробимо відповідні спрощення. У результаті отримаємо:

$$\tilde{p}_1(0)=\tilde{R}_1(0)(\tilde{A}-k_1\tilde{B})^{-1},$$
$$\tilde{p}_2(0)=\tilde{R}_2(0)(\tilde{A}-k_2\tilde{B})^{-1}, \qquad (24)$$

де $\tilde{R}_1(t)=(R^1(t),0)^T$, $\tilde{R}_2(t)=(0,R^2(t))^T$.

Існування оберненої матриці $(\tilde{A}-k_1\tilde{B})^{-1}$ пов'язане з продуктивністю матриці $k_1\tilde{B}\tilde{A}^{-1}\geq 0,$ що еквівалентне умові $k_1\lambda_{\tilde{B}\tilde{A}^{-1}}<1.$ Звідси маємо, що $k_1<\lambda^{-1}_{\tilde{B}\tilde{A}^{-1}}=\lambda^{-1}_{\tilde{A}^{-1}\tilde{B}}=\mu.$

Аналогічно, існування оберненої матриці $(\tilde{A}-k_2\tilde{B})^{-1}$ пов'язане з продуктивністю матриці $k_2\tilde{B}\tilde{A}^{-1}\geq 0,$ що еквівалентне умові $k_2\lambda_{\tilde{B}\tilde{A}^{-1}}<1.$ Звідси маємо, що $k_2<\lambda^{-1}_{\tilde{B}\tilde{A}^{-1}}=\lambda^{-1}_{\tilde{A}^{-1}\tilde{B}}=\mu.$

Загальний розв'язок системи отримуємо, об'єднавши розв'язок (21) відповідної однорідної системи (14) та частинний розв'язок неоднорідної системи (13). Цим розв'язком буде наступна функція:

$$\tilde{p}(t)=Ce^{\mu t}p_{\tilde{B}\tilde{A}^{-1}}+e^{k_1t}\tilde{R}_1(0)(\tilde{A}-k_1\tilde{B})^{-1}-e^{k_2t}\tilde{R}_2(0)(\tilde{A}-k_2\tilde{B})^{-1}. \quad (25)$$

Розв'язок моделі (13) — це отримана функція (25). Вона визначає траєкторію зміни цін за часом. Аналіз отриманих результатів при $t\to\infty$ дає можливість визначити, що у двоїстій моделі, як і у прямій моделі, визначальним є перший доданок і лівий вектор Фробеніуса матриці $\tilde{B}\tilde{A}^{-1}$ $p_{\tilde{B}\tilde{A}^{-1}}$ визначає магістральну траєкторію цін, що зростає з темпом v = μ, рівним оберненому значенню кореня Фробеніуса цієї ж матриці.

Висновки. У даному дослідженні було здійснено побудову двоїстої моделі до модифікованої динамічної моделі Леонтьєва-Форда. Модифікація динамічної моделі Леонтьєва-Форда полягала у тому, що в ній, окрім основних показників, враховується випуск забруднювачів під час основного та допоміжного виробництв, витрати на обслуговування викидів згідно з Кіотським протоколом, а також забруднення, що виникає внаслідок споживання продукції. Для двоїстої моделі було визначено магістральну траєкторію цін. Також було з'ясовано, що при виконанні введених статичних та динамічних гіпотез про розширення виробництва лише за рахунок інфляції цін, одержали збалансовану економіку, коли виробництво продукції і ціни зростають однаковим темпом, який визначається лише технологічними матрицями A та B. Реальна динаміка економіки близька саме до такого варіанту.

1. Киотский протокол к Конвенции об изменении климата / Секретариат Конвенции об изменении климата. — Бонн, 2000. — 33 с.

2. *Коржевська О.П.* Дослідження динамічної модифікованої моделі Леонтьєва-Форда // Ефективна економіка.— 2013.— №7 // www.economy.nayka.com.ua.

3. *Леонтьев В.В.* Межотраслевая экономика. — М.: Экономика, 1997. — 479 с.

4. *Леонтьев В.В., Форд Д.* Межотраслевой анализ воздействия структуры экономики на окружающую среду // Экономика и математические методы.— 1972.— Т. VIII, Вып. 3. — С. 370—400.

5. Линейное и нелинейное программирование / И.Н. Ляшенко, Е.А. Карагодова, Н.В. Черникова, Н.З. Шор; Под общ. ред. И.Н. Ляшенко. — К.: Вища школа, 1975. — 372 с.

6. *Ляшенко І.М.* Економіко-математичні методи та моделі сталого розвитку. — К.: Вища школа, 1999. — 236 с.

7. *Ляшенко І.М., Онищенко А.М.* Прямі та двоїсті балансові моделі «витрати-випуск» // Економічна кібернетика.— 2009.— №1—2. — С. 14—18.

8. *Пономаренко О.І., Перестюк М.О., Бурим В.М.* Основи математичної економіки / За ред. О.І. Пономаренка. — К.: Інформтехніка, 1995. — 320 с.

9. *Самойленко А.М., Перестюк М.О., Парасюк І.О.* Диференціальні рівняння: Підручник. — К.: Либідь, 2003. — 600 с.

10. *Leontief, W.W.* (1966). Input-Output Economics. N.Y.; Oxford University Press.

Стаття надійшла до редакції 11.11.2013.